

**Artículo original**

**Recibido: 04-07-2020**

**Aceptado: 26-10-2020**

*Autovalidación por medios virtuales de aprendizaje*

*Self-validation by virtual learning means*

*Fernando León Parada<sup>1</sup>*

**Doctorado Interinstitucional en Educación –  
Universidad Distrital Francisco José de Caldas**

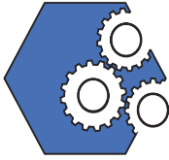
***Resumen.***

Este informe contiene resultados de una investigación doctoral sobre procesos de autovalidación cuyo objetivo es caracterizar incidencias de dos estrategias didácticas con las que los estudiantes de ingeniería realizan el autoaprendizaje de temas básicos de probabilidad. Con una metodología mixta se planearon dos fases exploratorias para analizar las interacciones de los estudiantes sobre la comprensión reflexiva de sus propias respuestas a problemas que, sin saberlo, estaban ligados a falacias de probabilidad. A través de un entorno virtual se aplicaron veinte tipos de pruebas a 631 estudiantes de dos universidades públicas colombianas para analizar sus trayectorias en cuanto a la calidad de la respuesta seleccionada y la forma de utilizar la herramienta metacognitiva de consulta de conceptos para el reconocimiento y juicio de esa respuesta. El análisis de resultados llevó a dos conclusiones: 1) hubo más rechazos a las respuestas inapropiadas si las preguntas eran capciosas y se apoyaban en mapas conceptuales, y 2) hubo mayor frecuencia de desaciertos en los procesos de autovalidación por persistir en respuestas inapropiadas a preguntas transparentes si se apoyaban en la consulta del texto. En síntesis, la estrategia de la pregunta capciosa provocadora de la *duda* sobre una respuesta dada, y la herramienta metacognitiva del mapa conceptual para incentivar la autocorrección, fueron claves en estos procesos de autovalidación.

***Palabras clave:*** Aprendizaje; Cognición; Didáctica; Probabilidad; Validación.

---

<sup>1</sup> Doctorando en Educación, DIE-UD; Magister en Ciencia Matemática; profesor Universidad Distrital Francisco José de Caldas; [fleon@udistrital.edu.co](mailto:fleon@udistrital.edu.co)



### **Abstract.**

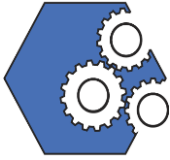
This report contains the results of a doctoral research on self-validation processes whose objective is to characterize the incidences of two didactic strategies with which engineering students carry out for self-learning on basic probability issues. With a mixed methodology, two exploratory phases were planned to analyze the interactions of the students on the reflective understanding of their own responses to problems that, unknowingly, were linked to fallacies of probability. Through a virtual environment, twenty types of tests were applied to 631 students from two Colombian public universities to analyze their trajectories in terms of the quality of the selected response and how to use the metacognitive concept query tool for recognition and judgment of that answer. The analysis of the results led to these two conclusions: 1) there were more rejections of inappropriate answers if the questions were tricky and supported by conceptual maps, and 2) there was a higher frequency of mistakes in self-validation processes for persisting in inappropriate responses. to transparent questions if they were based on consulting the text. In summary, the strategy of the trick question provoking *doubt* about a given answer, and the metacognitive tool of the conceptual map to encourage self-correction, were key in these self-validation processes.

**Keywords:** Cognition; Teaching; Learning; Probability; Prior learning evaluation.

### **Introducción**

La actitud repetitiva de los estudiantes en cuanto a la espera de la aprobación o desaprobación de sus respuestas a un problema planteado por su profesor es un fenómeno causante para la presente investigación: ¿acaso el estudiante no puede ir a buscar argumentos para encontrar razones que le permitan reconocer la calidad de una opción de respuesta a una pregunta sobre probabilidad? La atención para resolver esta inquietud se centra en la necesidad de caracterizar algunas estrategias didácticas que puedan vincularse con los procesos de autovalidación, permitiendo encontrar aspectos de los procesos de autonomía de los estudiantes en las trayectorias de los estudiantes.

En la revisión de la literatura las investigaciones sobre el concepto de los *juicios de confianza retrospectiva* que Dunlosky y Metcalfe (2009) caracterizaron como aquellos que genera una persona acerca de una respuesta, según su confianza en que esa respuesta sea correcta, parecían tener cierta afinidad con nuestro fenómeno de estudio, pero allí no



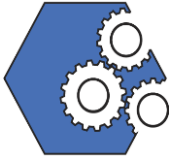
se indicaban estrategias con las que un estudiante podía encontrar razones acerca de la invalidez de una respuesta que fuera contraria a sus creencias previas o a sus prejuicios cognitivos. La investigación se enfoca en determinar si en un entorno virtual cuatro combinaciones de dos modelos de estrategias podían incidir, y de qué forma, en los aciertos o fallas de los procesos de autovalidación de respuestas a los problemas; en el marco de una metodología mixta, se diseña un estudio de alcance exploratorio en razón a que se trata de una forma nueva de abordar un fenómeno, según Hernández, Fernández y Baptista (2006): “si deseamos indagar sobre temas y áreas desde nuevas perspectivas (...) los estudios exploratorios sirven para obtener información sobre la posibilidad de llevar a cabo una investigación más completa respecto de un contexto particular” (p. 91).

Este artículo resume apartes de la disertación doctoral en curso del Doctorado Interinstitucional en Educación de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas de Bogotá, D. C., DIE-UD; sus conclusiones son respecto de las interacciones de los estudiantes cuando desarrollan sus capacidades autónomas relacionadas con la comprensión reflexiva del autoaprendizaje utilizando estrategias didácticas.

Para el análisis de los datos explorados se practicó un estudio en panel cuyo diseño permitió la depuración y posterior clasificación dentro de un sistema de 16 estados para contrastar los resultados de acierto/falla, según dos pares de estrategias, con cuatro pares de categorías duales: Coherencia/Incoherencia, Suficiencia/Deficiencia, respuestas Apropriadas/Inapropiadas, y decisiones de Insistir/Desistir en la etapa final.

Las unidades de análisis, abstracciones que representaban la interacción de cada estudiante se registraron como Trayectorias Factuales de Aprendizaje (en adelante TFA's) y su reporte se hizo sistemáticamente por una aplicación web desarrollada para este propósito, denominada Ambiente Virtual de Aprendizaje Autorregulado (en adelante AVAA). El marco teórico está inmerso en cuatro campos semánticos, a saber: 1) resolución de problemas, en ingeniería; 2) pensamiento aleatorio, como un aspecto cognitivo de la probabilidad; 3) falacias de probabilidad, o sesgos en el razonamiento probabilístico; y 4) procesos de autovalidación, en ambientes virtuales de aprendizaje.

El análisis de los datos expresados por las altas frecuencias de TFA's en algunos de los estados condujeron a dos conclusiones claves acerca de los procesos de autovalidación, promovidos por los sesgos de los estudiantes que eran influenciados por las falacias de probabilidad y el uso de las preguntas capciosas. El concepto de *falacia*



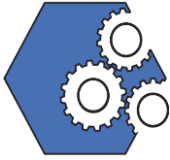
que se asume es el de Bordes (2011): “un argumento no razonable o racionalmente no convincente, es decir que, aunque puede ser válido, contiene un error inferencial por violar uno o más criterios de buena argumentación” (p. 137). Y el significado de *capciosa* es como lo indica Bravo (2016), desde la perspectiva de su funcionalidad o intencionalidad que distingue la pregunta retórica de la pregunta capciosa: “Hay preguntas cuyas respuestas son tan evidentes (...) se trata de preguntas capciosas, pues buscan arrancar al contrincante o interlocutor una respuesta que lo comprometa y que favorezca (...) una enseñanza desestabilizadora” (p. 127). Por otra parte, el uso del adjetivo de la *pregunta transparente* es como lo refiere Quine (2001), quien menciona el trabajo que habían hecho Whitehead y Russell en 1898 para indicar el término *a cree que p* como una construcción *referencialmente Transparente*; cita el caso de la disyunción, que es una función veritativa *referencialmente transparente*, para expresiones tales como: *cree que si existe ...*, o *cree que no existe ...*, o *deja en duda que exista ...*, para determinar la construcción predicativa de respuesta a la pregunta transparente (Quine, 2001, p. 188).

La frecuencia elevada de TFA's donde dieron respuestas inapropiadas a preguntas capciosas y luego se apoyaban en un mapa conceptual para culminar desistiendo de sus respuestas equivocadas, constituyó un acierto significativo del proceso de autovalidación de los estudiantes en las pruebas con las cinco situaciones problemáticas de ambas fases exploratorias. El término *mapa conceptual* se asume como aquel “recurso esquemático para representar un conjunto de significados conceptuales incluidos en una estructura de proposiciones” (Novak y Gowin, 1999, p. 33). Por otra parte, el contraste ocurrió con la alta frecuencia de las TFA's en las que fallaban los procesos de autovalidación por insistir en respuestas inapropiadas a preguntas transparentes y apoyarse en la consulta de texto.

La conclusión en el ámbito virtual refiere la potencia de la estrategia de los mapas conceptuales en las decisiones autónomas del estudiante de ingeniería, acerca de sus respuestas a preguntas capciosas de situaciones ligadas a falacias de probabilidad, como aquella competencia con la que promueve aciertos en los procesos de autovalidación.

### ***La Investigación.***

La pregunta de esta investigación fue la siguiente: *¿efectivamente ocurre o no, y de qué manera, el proceso de autovalidación en un ambiente virtual, en el que interactúa el*



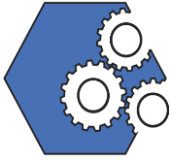
*estudiante de ingeniería para aprender la teoría de la probabilidad?* El propósito se planteó al inicio de la investigación, consistió en encontrar alguna forma didáctica que, en un entorno virtual, sin tutor sincrónico, el propio estudiante se encargara de reconocer la calidad de su respuesta mediante un proceso de autovalidación, en una actitud contraria a la de esperar la aprobación o calificación por parte de un experto según criterios de hetero-evaluación. Las experiencias preliminares (León, 2016, 2017, 2018a, 2018b, 2019a, 2019b) revelaron que efectivamente los estudiantes descubrían razones para asegurar la validez de sus respuestas si se guiaban con mapas conceptuales; y además, el incentivo para no abandonar los problemas una vez marcaban sus respuestas era la duda que en ellos se presentaba al incurrir en sesgos debido a que las situaciones problemáticas estaban ligadas a falacias de probabilidad, este ambiente condicionado y perturbador fue clave para los proceso de autovalidación.

Posteriormente, con el uso de la pregunta capciosa, a cambio de la pregunta transparente, donde solo importaba el propósito de hacerles *dudar de la validez de cualquiera de sus respuestas*, se complementaba con herramientas capaces de propiciar en ellos actuaciones autónomas de búsqueda de razones con las que debían perseverar o rechazar la respuesta de cada situación problemática. La investigación dirigió su objetivo hacia la caracterización de incidencias de las estrategias que en un ambiente virtual combinaban los tipos de pregunta, capciosa versus transparente, y las dos clases de herramientas metacognitivas, mapa conceptual versus consulta de texto.

Los indicios experimentales sugerían estas dos hipótesis:

- 1) Dentro del aprendizaje, el uso de preguntas capciosas en los problemas de probabilidad promueve sesgos de razonamiento en los estudiantes de ingeniería que les dificulta la filtración de soluciones pertinentes; y
- 2) cuando los estudiantes se apoyan con enlaces virtuales de un mapa conceptual, desarrollan procesos de autovalidación en los que aciertan al indicar la invalidez de respuestas, que previamente habían seleccionado, por descubrir con razones que eran inapropiadas.

La investigación comienza con el trazado del siguiente objetivo general: caracterizar aspectos que comprueben la ocurrencia de incidencias significativas de las estrategias didácticas como la consulta de texto, versus la interacción con un mapa conceptual, en el acierto de los procesos de autovalidación de respuestas a preguntas



capciosas, versus preguntas transparentes, sobre probabilidad.

Cada unidad de análisis se identificó como una TFA que debía referir la interacción del estudiante en el AVAA. Conviene aclarar que las situaciones de validación, como las referidas por Brousseau (2007) y Balacheff (2000), son diferentes de las que se tratan en este trabajo investigativo; mientras las situaciones de validación son condicionadas por el docente para institucionalizar saberes, las situaciones del presente trabajo fueron de autorregulación al buscar razones para sus juicios de selección.

El propósito de caracterización de las formas cómo las estrategias didácticas incidían para promover habilidades de autonomía se dividió en estos dos objetivos específicos:

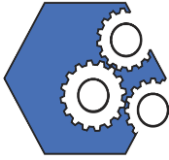
- 1) identificar en el ambiente virtual si los registros de las trayectorias de los estudiantes tienen, y de qué manera, distinta incidencia en la interactividad y pertinencia de soluciones a los problemas de tipo de probabilístico, a partir de que sus enunciados se hagan con preguntan Capciosas (C), o con preguntas transparentes (Tr).
- 2) identificar en el ambiente virtual si los registros de las trayectorias de los estudiantes tienen, y de qué manera, distinta incidencia en la interactividad y pertinencia de soluciones a los problemas de tipo de probabilístico, según utilicen la estrategia de consultar en un texto de enseñanza (Tx), o de interactuar con los contenidos de mapas conceptuales (M).

La diferencia entre estos dos objetivos específicos es que mientras las incidencias del primero se refieren a los dos tipos de preguntas, C vs. Tr, el segundo es respecto de las herramientas metacognitivas, Tx vs. M.

### **Contexto teórico.**

El marco teórico del problema de la investigación abarcó cuatro campos semánticos.

*1.-Resolución de Problemas de Ingeniería.* La revisión de la literatura sobre este concepto tuvo en cuenta los aportes de Schoenfeld (1985) sobre las dimensiones del concepto de la resolución de problemas, de Acosta y Vasco (2013) en cuanto al manejo de los términos *competencia* y *habilidad*, y del concepto amplio de competencia como aquel conjunto de capacidades que “todo ser humano necesita para resolver, de manera eficaz y autónoma, las situaciones de la vida. Se fundamenta en un saber profundo, no sólo saber qué y saber cómo, sino saber ser persona en un mundo complejo cambiante y competitivo” (Tuning, 2007, p. 35).



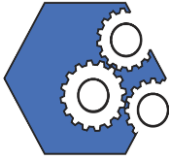
2.- *Del estudio sobre el pensamiento aleatorio.* En este campo se estudiaron los resultados de investigación de los últimos años de Fischbein (1997) sobre la evolución de los conceptos erróneos probabilísticos e intuitivos que prevalecen en las personas; también del trabajo de sus seguidores Gürbüz, Erdem y Firat (2014, 2016) sobre el proceso cognitivo del estudiante que al resolver problemas de probabilidad adopta diversas formas de razonamiento para emitir juicios y tomar decisiones bajo riesgo.

3.- *Del fenómeno de los sesgos de razonamiento.* La referencia teórica de cada situación problemática aplicada en las pruebas exploratorias se notan así: S1- *Probabilidad Condicional*, con el problema ligado a la falacia del Falso Positivo escrito por Bordes (2011); S2- *Eventos Independientes*, con un problema que relaciona la falacia del jugador llamado Madurez de Oportunidades por Campbell (1981); S3- *Valor Esperado*, un problema inspirado en la falacia del apostador de Monty Hall, objeto de un análisis semiótico por Batanero, Fernández y Contreras (2009); S4- *Sesgos Muestrales*, un problema adaptado para la falacia en la estimación de probabilidades para situaciones secuenciales aleatorias de Attorresi, García y Pralong (2008); y S5- *Probabilidad Conjunta*, un problema con la falacia de la conjunción como la que estudiada por Tversky y Kahneman (2002).

4.- *De los ambientes virtuales de aprendizaje.* Ospina (2014), en su página web, define un Ambiente Virtual de Aprendizaje (AVA) como aquel que contempla: condiciones materiales para la implementación del currículo, relaciones interpersonales básicas entre profesores y estudiantes, organización y disposición espacial del aula, pautas de comportamiento que en ella se desarrollan, tipo de relaciones que mantienen las personas con los objetos y entre ellas mismas, según los roles que se establecen y las actividades que realizan.

### **Metodología.**

*Enfoque y tipo de estudio de la investigación.* El *tipo de investigación mixto* según la perspectiva de Hesse-Biber (2010), cuyo paradigma vincula aspectos cualitativos y cuantitativos, indicó las pautas para las fases de diseño, de pilotaje y de consolidación, ejecución, recolección y depuración de los datos, y la fase final de análisis y discusión para la evaluación de la validez y de la fiabilidad de los resultados (p. 66).



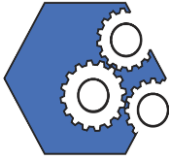
*Muestras y tipo de muestreo.* La investigación basó su estudio exploratorio para la población de los estudiantes del pregrado de ingeniería. El tipo de muestreo se hizo por conveniencia con dos muestras de estudiantes con un mismo nivel académico por estar cursando las asignaturas de Probabilidad y/o de Estadística en dos universidades públicas colombianas. La primera muestra la integraron 277 estudiantes de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas (UDFJC) de Bogotá, y la segunda fue de 354 estudiantes de Ingeniería que recibían cursos del Departamento de Matemáticas y Estadística de la Universidad Nacional de Colombia (UN), Manizales. *El trabajo de campo.* El estudio exploratorio se diseñó para dos fases, la primera fue de pilotaje con los estudiantes de la UDFJC se realizó del 16 de mayo al 19 de septiembre de 2019, y la segunda fase denominada de consolidación con los estudiantes de la UN, en las sedes La Nubia, y El Cable, de la ciudad de Manizales, entre el 8 de octubre al 01 de noviembre de 2019.

*Técnicas e instrumentos.* El estudio exploratorio aplicó la *técnica* de exploración directa en la modalidad *m-learning*, pero era monitoreada por el investigador para comprobar que cada estudiante, con su dispositivo móvil, Smartphone, Tablet, o Portátil, pudiera contestar individualmente. Los *instrumentos* consistían en cuatro tipos de pruebas para cada una de cinco situaciones problemáticas de probabilidad; sus *contenidos*, ligados a distintas falacias de probabilidad, planteaban dos (2) tipos de pregunta, Capciosa (C) vs. Transparente (Tr), y a cada de estos se le asociaba una de dos (2) herramientas metacognitivas para el apoyo en los procesos de autovalidación, Mapa (M) vs. Texto (Tx). Así, resultaron veinte (20) tipos de pruebas para cada fase exploratoria. En ambas fases se aplicaron las mismas pruebas a través de la aplicación web AVAA.

Los *procedimientos* de los estudiantes respecto de sus interacciones en el AVAA se resumen tres etapas: 1) la selección de una opción de respuesta entre varias sugeridas por el investigador y donde solo una de ellas es la apropiada, 2) la interacción de consulta de conceptos y conocimientos teóricos para apoyar su búsqueda de razones sobre la validez, o invalidez de la respuesta que ha seleccionado, y 3) la decisión de escoger uno entre dos juicios finales del proceso de autovalidación, estos son: insistir o perseverar en la respuesta que había seleccionado, o por el contrario, desistir o retractarse de ella. .

*El tipo de análisis de la información.*





El tipo de análisis mixto desde el aspecto cualitativo se basó en los criterios del paradigma del estudio en panel, semejante al *Cuadro de dieciséis partes de Lazarsfeld* (1948, citado en Campbell y Stanley, 1995, p. 131), y mediante procedimientos de depuración, logró sistematizar los datos en un sistema de 16 estados donde se identificaron las características de todas las unidades de análisis. El aspecto cuantitativo consistió en comparaciones de los promedios de las distribuciones de frecuencias de las TFA's que establecieron caracterizaciones de incidencias, coincidencias y contrastes de las dos fases exploratorias, a partir del análisis de las variables dependientes.

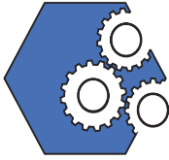
La *estrategia de recolección de datos* tuvo un plan basado en las indicaciones metodológicas de Campbell y Stanley (1995). El diseño de las pruebas contó con dos modelos de estrategias didácticas, cada una con dos variables independientes. El modelo del Tipo de Pregunta (TP) para el enunciado de cada situación problemática que incluía las variables independientes, de la pregunta Capciosa (C) y de la pregunta Transparente (Tr), y el segundo modelo de la Herramientas Metacognitiva (HM) con sus variables independientes, del Mapa conceptual (M) y de la consulta de Texto (Tx).

#### *Criterio de depuración de una TFA.*

Dado que una trayectoria interpreta la secuencia de acciones del estudiante durante su proceso de autovalidación de una respuesta inicial a un problema, la representación de esa trayectoria debe contener los códigos de tres componentes: 1) selección de una opción de respuesta inicial, 2) la activación de al menos un enlaces de consulta de contenidos dispuestos en las estrategias metacognitivas de apoyo, y 3) la indicación de una opción de la dualidad Insistencia/Desistimiento respecto de la respuesta inicial, como juicio final de autovalidación.

La *fase de depuración* se cumplió mediante una inspección minuciosa de los códigos de cada TFA reportada por el AVAA en el corpus de datos, detectando si se cumplía, o no, el desarrollo y la culminación del proceso de autovalidación, y quedar catalogada como *depurada*, o *excluida* del estudio; la TFA *depurada* en el proceso de sistematización era clasificada en alguno de los 16 estados aumentando la frecuencia de su respectiva clase.

Los nombres de las cinco situaciones problemáticas fueron los siguientes: S1- Probabilidad Condicional, S2- Probabilidad de eventos, S3- Valor esperado, S4- Sesgos de muestras, y S5- Probabilidad conjunta. Los 4 tipos de pruebas que combinaron las



variables de los modelos TP y HM fueron: TrM- pregunta Transparente y Mapa conceptual, CM- pregunta Capciosa y Mapa conceptual, CTx- pregunta Capciosa y consulta de Texto, y TrTx- pregunta Transparente y consulta de Texto. Se conformaron veinte formatos de pruebas, distribuidas en los cuatro tipos para cada una de las cinco situaciones problemáticas de probabilidad.

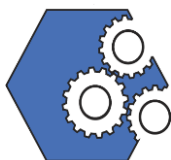
El plan de sistematización de datos contó con un sistema de dieciséis (16) estados para clasificar las TFA resultantes de la aplicación de las cuatro (4) categorías de forma en cada una de cuatro (4) categorías de proceso. Las cuatro categorías de forma son:

- 1.- *Juicio Coherente* (Coh). Registra una respuesta inicial, la consulta de texto o nodos del mapa conceptual según sus conexiones, y un juicio final de autovalidación.
- 2.- *Juicio Incoherente* (Inc). Registra una respuesta inicial, la consulta de textos o nodos de consulta tiene algún registro posterior al del juicio final de autovalidación, sin tener en cuenta las conexiones. También si registra ambos juicios finales de autovalidación, los cuales son mutuamente excluyentes, pero esto se resuelve al interpretar que el último juicio seleccionado fue una autocorrección del juicio previo.
- 3.- *Consulta Suficiente* (Suf). Registra al menos la mitad de los nodos de consulta de los textos o mapas, antes de cualquier juicio final de autovalidación.
- 4.- *Consulta Deficiente* (Def). Consulta menos de la mitad de los nodos de consulta antes de marcar un juicio final de autovalidación.

Las cuatro categorías de proceso son:

- 1.- *Insistencia Válida*. (Ins/Ap). Acierta al marcar la respuesta *Apropiada* y luego, el juicio final de autovalidación *Insisto en mi 'respuesta inicial'*.
- 2.- *Insistencia Inválida*. (Error tipo II-E2; Ins/Inap). Falla al marcar la respuesta *Inapropiada* y luego, el juicio de autovalidación *Insisto en mi 'respuesta inicial'*.
- 3.- *Desistimiento Válido*. (Des/Inap). Acierta al marcar la respuesta *Inapropiada* y luego, el juicio de autovalidación *Desisto de mi 'respuesta inicial'*.
- 4.- *Desistimiento Inválido*. (Error tipo I-E1; Des/Ap). Falla al marcar la respuesta *Apropiada* y luego, el juicio de autovalidación *Desisto de mi 'respuesta inicial'*.

### **Resultados.**



*Descripción y análisis de resultados.* El corpus de datos reportado por el AVAA contó 2088 trayectorias de los estudiantes que participaron en las fases exploratorias, pilotaje y consolidación; aunque las muestras eran de distinto tamaño, los datos de la tabla 1 muestran que la proporción 57% de TFA depuradas superior al 43% de TFA excluidas, corresponden a 1190 unidades de análisis del corpus de datos.

**Tabla 1**

*Proporciones de Trayectorias, Depuradas, Excluidas, según fases y tipos de preguntas. Fuente: Autor.*

Fase	TFA Depuradas		Trayectorias Excluidas		Total
	Cantidad	Proporción	Cantidad	Proporción	
Pilotaje	477	81,3%	110	18,7%	587
Consolidación	713	47,5%	788	52,5%	1501
Subtotales	1190		898		2088
Capciosas	564	27%	480	23%	1044
Transparentes	626	30%	418	20%	1044
Subtotales	1190	57%	898	43%	2088

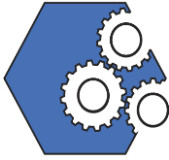
Los tres renglones finales de la tabla 1 permiten analizar los siguientes hechos:

- 1) en la fase de consolidación hubo un aumento en la tasa de las TFA's excluidas;
- 2) las TFA's excluidas tuvieron 3 puntos más si las preguntas eran Capciosas;
- 3) las TFA's depuradas tuvieron 3 puntos más si las preguntas eran Transparentes.

En las primeras celdas de cada uno de los renglones numerados de la tabla 2, se señalan los promedios de las frecuencias de las 20 pruebas de la fase de pilotaje.

Los indicadores de la tabla 1 señalan la influencia de la pregunta Capciosa (C) para que hubieran trayectorias excluidas del estudio porque en ellas los estudiantes no culminaron sus procesos de autovalidación; la discusión se planteó en torno a si ese resultado podía interpretarse como un efecto de la pregunta capciosa para promover sesgos de razonamiento en los estudiantes de ingeniería y si les dificulta la filtración de soluciones pertinentes, idea esencial de la primera hipótesis del problema.

Las diferencias entre los promedios de la tabla 2, según las características de las TFA's, señalaron los siguientes resultados: en 1-, las respuesta Inapropiadas fueron más con la pregunta Capciosa; en 2-, las respuestas Apropriadadas apenas se superaron con las preguntas Transparentes ; en 3-, en 4-, los Aciertos (A1), por insistir en respuestas



Apropiadas, apenas se superaron con el uso del Mapa; en 5-, los Aciertos (A2), por desistir de respuestas Inapropiadas, mayores con el uso del Mapa; en 6-, las Fallas (F1), por desistir de la respuesta Apropiada, apenas se superaron con el uso del Mapa.

**Tabla 2**

*Fase de Pilotaje: Proporciones de frecuencias según las variables de los modelos, y las componentes de los estados*

PROMEDIOS DE PROPORCIONES FASE PILOTAJE	PROBABILIDAD CONDICIONAL				PROBABILIDAD EVENTOS				VALOR ESPERADO				SESGOS DE MUESTRAS				PROBABILIDAD CONJUNTA			
	Tr (M+Tx)		C (M+Tx)		Tr (M+Tx)		C (M+Tx)		Tr (M+Tx)		C (M+Tx)		Tr (M+Tx)		C (M+Tx)		Tr (M+Tx)		C (M+Tx)	
1-Inap: 32%Tr-68%C	17	27%	46	73%	12	26%	35	74%	15	23%	50	77%	15	38%	25	63%	43	45%	53	55%
2-Ap: 55%Tr-45%C	14	50%	14	50%	23	45%	28	55%	17	46%	20	54%	13	54%	11	46%	21	81%	5	19%
3-Inap 64%-Ap 36%	63	69%	28	31%	47	48%	51	52%	65	64%	37	36%	40	63%	24	38%	96	79%	26	21%
Indicadores modelo HM	M (Tr + C)		Tx (Tr + C)		M (Tr + C)		Tx (Tr + C)		M (Tr + C)		Tx (Tr + C)		M (Tr + C)		Tx (Tr + C)		M (Tr + C)		Tx (Tr + C)	
4-A1:55%M-45%T	12	52%	11	48%	25	56%	20	44%	16	44%	20	56%	15	68%	7	32%	12	52%	11	48%
5-A2:74%M-26%T	10	67%	5	33%	11	73%	4	27%	12	71%	5	29%	16	80%	4	20%	9	82%	2	18%
6-F1:54%M-46%T	1	20%	4	80%	5	83%	1	17%	0	0%	1	100%	2	100%	0	0%	2	67%	1	33%
7-F2:35%M-65%T	18	38%	30	63%	8	25%	24	75%	12	25%	36	75%	8	40%	12	60%	40	47%	45	53%
8-A:61%M-39%T	22	58%	16	42%	36	60%	24	40%	28	53%	25	47%	31	74%	11	26%	21	62%	13	38%
9-F:38 %M-62 %T	19	36%	34	64%	13	34%	25	66%	12	24%	37	76%	10	45%	12	55%	42	48%	46	52%
10-Coherente (89%)	79%	68%	95%	100%	94%	81%	97%	94%	91%	97%	100%	90%	90%	90%	93%	100%	60%	76%	85%	97%
11-Incoherente (11%)	21%	32%	5%	0%	6%	19%	3%	6%	9%	3%	0%	10%	10%	10%	7%	0%	40%	24%	15%	3%
12-Suficiente (46%)	53%	32%	45%	25%	59%	50%	39%	56%	55%	28%	49%	24%	50%	71%	40%	88%	40%	29%	45%	51%
13-Deficiente (54%)	47%	68%	55%	75%	41%	50%	61%	44%	45%	72%	51%		50%	29%	60%	13%	60%	71%	55%	49%

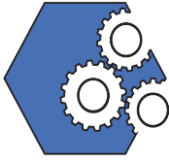
En 7 de la tabla 2, las Fallas (F2), por insistir en la respuesta Inapropiadas, fueron más con la consulta de Texto; en 8-, se resume que hubo más Aciertos con el uso del Mapa conceptual que con la consulta de Texto; en 9-, hubo más Fallas con el Texto. El promedio en 10-, superior al promedio en 11-, señala que la mayoría de las TFA's de la fase tuvieron la característica de Coherencia; el promedio en 13- comparado con el de 12-, señala que hubo más TFA's que tuvieron deficiente consulta en sus procesos.

Las diferencias entre los promedios de la tabla 3 coinciden con los de la fase de pilotaje respecto de los renglones 1-, 2-, 3-, 5-, 6-, 7-, 9-, 10- mayor que el de 11-; la diferencia del renglón 4-, pues los Aciertos (A1), por insistir en respuestas Apropiadas, se las Fallas con la consulta de Texto, y en 8- los promedios de Aciertos con el Mapa que con el Texto; el promedio en 13- mayor que el de 12-, señala que hubo más TFA's con suficientes consultas para los procesos de autovalidación.

**Tabla 3**

*Fase Consolidación: Proporciones de frecuencias según las variables de los modelos, y componentes de los estados*

PROMEDIOS DE PROPORCIONES	PROBABILIDAD CONDICIONAL	PROBABILIDAD EVENTOS	VALOR ESPERADO	SESGOS DE MUESTRAS	PROBABILIDAD CONJUNTA
---------------------------	--------------------------	----------------------	----------------	--------------------	-----------------------



FASE	Tr (M+Tx)		C (M+Tx)		Tr (M+Tx)		C (M+Tx)		Tr (M+Tx)		C (M+Tx)		Tr (M+Tx)		C (M+Tx)		Tr (M+Tx)		C (M+Tx)	
CONSOLIDACIÓN																				
1-Inap:40% Tr-60% C	46	41%	65	59%	30	42%	41	58%	29	35%	53	65%	26	33%	54	68%	26	46%	30	54%
2-Ap: 60% Tr-40% C	34	71%	14	29%	40	43%	53	57%	33	56%	26	44%	34	63%	20	37%	39	66%	20	34%
3-Inap 56 %-Ap 44 %	111	70%	48	30%	71	43%	93	57%	82	58%	59	42%	80	60%	54	40%	56	49%	59	51%
Indicadores modelo HM	M (Tr + C)		Tx (Tr + C)		M (Tr + C)		Tx (Tr + C)		M (Tr + C)		Tx (Tr + C)		M (Tr + C)		Tx (Tr + C)		M (Tr + C)		Tx (Tr + C)	
4-A1:44%M-56%Tx	12	31%	27	69%	29	37%	50	63%	40	74%	14	26%	17	33%	35	67%	24	44%	30	56%
5-A2:65%M-35%Tx	16	52%	15	48%	9	60%	6	40%	24	86%	4	14%	17	59%	12	41%	6	67%	3	33%
6-F1:66%M-34%Tx	3	33%	6	67%	8	57%	6	43%	4	80%	1	20%	2	100%	0	0%	3	60%	2	40%
7-F2:40%M-60%Tx	17	21%	63	79%	28	50%	28	50%	28	52%	26	48%	16	31%	35	69%	21	45%	26	55%
8-A:50%M-50%Tx	28	40%	42	60%	38	40%	56	60%	64	78%	18	22%	34	42%	47	58%	30	48%	33	52%
9-F:42%M-58%Tx	20	22%	69	78%	36	51%	34	49%	32	54%	27	46%	18	34%	35	66%	24	46%	28	54%
10- Coherente (87%)	58%	67%	85%	93%	60%	91%	95%	96%	98%	87%	96%	95%	75%	78%	95%	98%	100%	90%	95%	95%
11-Incoherente (13%)	42%	33%	15%	7%	40%	9%	5%	4%	2%	13%	4%	5%	25%	22%	5%	2%	0%	10%	5%	5%
12-Suficiente (53%)	25%	46%	58%	59%	50%	74%	55%	50%	61%	44%	54%	52%	63%	53%	58%	59%	33%	37%	60%	63%
13-Deficiente (47%)	75%	54%	42%	41%	50%	26%	45%	50%	39%	56%	46%	48%	38%	47%	42%	41%	67%	63%	40%	37%

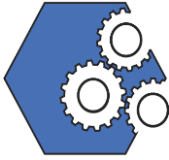
*Discusión sobre el análisis de los resultados.* De los tres primeros renglones de la tabla 2, se discutió acerca de si estos resultados aseguraban que la pregunta capciosa tiene mayor incidencia para promover sesgos de razonamiento en los estudiantes de ingeniería, es decir si ella les dificulta la filtración de soluciones pertinentes, como la primera hipótesis del problema. Los resultados similares de la fase de consolidación sirvieron para analizar e interpretar el mismo hecho anterior.

Del renglón 5 de la tabla 2, el alto promedio de Aciertos (A2), por desistir de respuestas Inapropiadas, si usaban el Mapa, casi el triple del promedio de A2 con uso del Texto, cuestionó si esta diferencia podía ser un soporte claro que validan la segunda hipótesis de la investigación. La fase de consolidación, verificó el hecho igual.

### **Conclusiones.**

Las conclusiones derivadas de los resultados en esta investigación son los siguientes:

- 1.- En un ambiente virtual, las preguntas capciosas en los problemas de probabilidad inciden más que las preguntas transparentes en los estudiantes de ingeniería para que seleccionen respuestas no pertinentes. Esta conclusión interpreta la diferencia en la interactividad del estudiante que resulta afectado por un sesgo de razonamiento a partir de la pregunta capciosa en el enunciado.

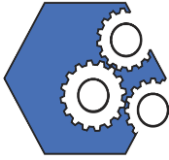


2.- En el ambiente virtual, la estrategia del Mapa conceptual tiene más incidencia que la de consulta de Texto en el estudiante de ingeniería que desiste de una respuesta inapropiada para un problema de probabilidad, como un acierto en su proceso de autovalidación.

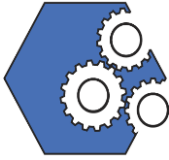
Esta última conclusión refiere la manera del acierto exitoso mediante la retractación de la respuesta inapropiada, como producto de la reflexión comprensiva del estudiante en su interactividad con los contenidos de la herramienta metacognitiva del mapa conceptual, más que la asimilación de la consulta de un texto por internet.

### **Referencias.**

- Acosta, D. A., y Vasco Uribe, C. E. (2013). *Habilidades, competencias y experticias: más allá del saber qué y el saber cómo*. Bogotá: Unitec, U. de Manizales, Cinde.
- Attorresi, H. F., García, A. M., y Pralong, H. O. (2008, Mayo). Sesgos en la Estimación de Probabilidades para Dos Situaciones Secuenciales Aleatorias. *SUMMA Psicológica UST*, 5(1), 3 - 12. doi: 10.18774/448x.2008.5.216
- Batanero, C., Fernández, J. A., y Contreras, J. M. (2009, noviembre). Un análisis semiótico del problema de Monty Hall e implicaciones didácticas. *Revista Suma*, 62, 11-18. Recuperado de: <http://revistasuma.es/revistas/62-noviembre-2009/un-analisis-semiotico-del-problema.html>
- Bordes, S. M. (2011). *Las trampas de Circe: falacias lógicas y argumentación informal*. Madrid: Ediciones Cátedra.
- Balacheff, N. (2000). *Procesos de prueba en los alumnos de matemáticas*. (Trad: Pedro Gómez, Á. Pinilla). Bogotá: U. de los Andes (Colombia), Una Empresa Docente.
- Bravo, A. (2016). El estilo pedagógico de Jesús: Las preguntas. *REXE-Revista de Estudios y Experiencias en Educación*, 6(12), 123-128.
- Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*. (Traducción: Dilma Fregona). Buenos Aires: Libros del Zorzal. (Original en 1986).
- Campbell, S. (1981). *Equívocos y falacias en la interpretación de estadísticas*. México: Limusa. (Obra original publicada en 1974).
- Campbell, D., y Stanley, J. (1995). *Diseños experimentales y cuasi experimentales en la investigación social*. Buenos Aires Argentina: Amorroutu. (Original en 1966).
- Dunlosky, J. y Metcalfe, J. (2009). *Metacognition*. LA, Ca: Sage Publications, Inc.



- Fischbein, E., y Schnarch, D. (1997, January). The evolution with age of probabilistic intuitively based misconceptions. *Journal of Research in Science Teaching*, 28(1), 96-105. doi: 10.2307/749665.
- Gürbüz, R., Erdem, E. y Fırat, S. (2014, Jan.). The Effect of Activity-Based Teaching on Remedying the Probability-Related Misconceptions: A Cross-Age Comparison. *Creative Education*, 5(1), 18-30. doi:10.4236/ce.2014.51006
- (2016). Probability Learning in Computer-Supported Collaborative Argumentation (CSCA) Environment. *Hacettepe University Journal of Education [Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi]*, 31(1), 195-211. DOI:10.16986/HUJE.2015014185.
- Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, M. (2006). *Metodología de la investigación*. Sexta edición. México, D. F. : Mc Graw-Hill Education.
- Hesse-Biber, S. N. (2010). *Mixed method research: Merging theory with practice*. New York, NY: Guilford Press.
- León, F. (2016). Perturbaciones al resolver problemas de probabilidad. En I. Álvarez y C. Sua (Eds.), *Memorias del Segundo Encuentro Colombiano de Educación Estocástica [2ECEE]*, 338-356. Bogotá, Colombia: Asociación Colombiana de Educación Estocástica. Disp. <https://portal.issn.org/resource/ISSN/2390-0172>
- (2017). Didáctica con Perturbaciones; Falacias de Probabilidad. Modalidad de Taller (ID. 2831). *Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa [Relme 31]*, p. 45, Lima, Perú: Universidad de Lima. Disponible en: <http://contenidos.ulima.edu.pe/relme31/ProgramaRelme31.pdf>.
- (2018a). Exploración del proceso de autovalidación con falacias de probabilidad en un ambiente virtual. *VIII Simposio de Matemáticas y Educación Matemática y el VII Congreso Internacional de Matemáticas asistidas por Computador [MEM 2018]*, 38-39. Bogotá, Colombia: Universidad Antonio Nariño. Recuperado de [http://ISSN\\_2346-3724](http://ISSN_2346-3724)
- (2018b). Uso de herramientas metacognitivas para la detección de falacias de probabilidad. En I. Álvarez (Ed.), *Memorias del III Encuentro Colombiano de Educación Estocástica [3er ECEE]*, 235-243. Universidad del Cauca, Popayán, Colombia: Asociación Colombiana de Educación Estocástica. Disponible en: <https://portal.issn.org/resource/ISSN/2390-0172>



- (2019a). Experiencias del proceso de autovalidación en un ambiente virtual al resolver situaciones bajo incertidumbre. *Revista Acta Latinoamericana de Matemática Educativa [Relme 32]*, 32(1), 732-740. Medellín, Colombia; Universidad de Medellín. Recuperado de [https://clame.org.mx/documentos/alme32\\_1.pdf](https://clame.org.mx/documentos/alme32_1.pdf)
- (2019b). Esquemas conceptuales interactivos para responder preguntas Capciosas de situaciones probabilísticas. *IX Simposio de Matemáticas y Educación Matemática y el VIII Congreso Internacional de Matemáticas asistidas por Computador [MEM 2019]*, 6 (1), p. 97. Bogotá, Colombia: Universidad Antonio Nariño. Recuperado de <https://indico.uan.edu.co/event/5/attachments/package>
- Novak, J. D., y Gowin, D. B. (1999). *Aprendiendo a aprender*. (J. M. Campanario, E. Campanario, trads.). Barcelona: Martínez Roca. (Versión original en 1984).
- Ospina, D. P. (2014). *¿Qué es un ambiente virtual de aprendizaje?* (Aprende en línea, Universidad de Antioquia). Recuperado de: <http://aprendeonline.udea.edu.co/boa/contenidos.php/cee1c4c4045aded3a9cecfbcdaf9d8db/144/1/contenido>
- Quine, W. (2001). *Palabra y Objeto*. (Herder, Ed., y M. Sacristan, trads.) Barcelona, España: Herder. [Title: *Word and Object*, MIT: Cambridge Mass., 1960].
- Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical Problem Solving*. Orlando: Academic Press.
- Simon, M. A. (1995). Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26(2), 114-145. Recuperado de: <https://www.jstor.org/stable/749206>. Doi:10.2307/749205.
- Tversky, A. y Kahneman, D. (2002). Extensional versus Intuitive Reasoning: The Conjunction Fallacy in Probability Judgment. En T. Gilovich, D. Griffin, y D. Kahneman (Eds.), *Heuristics and Biases* (pp. 19-48). New York, NY: Cambridge University Press. (Versión original en inglés publicada en 1983).
- Tuning (2007). Reflexiones y perspectivas de la Educación Superior en América Latina. *Informe Final- Proyecto Tuning- América Latina 2004-2007*- U. de Deusto, y Universidad de Groningen. Recuperado de: [http://tuningacademy.org/wp-content/uploads/2014/02/TuningLAIII\\_Final-Report\\_SP.pdf](http://tuningacademy.org/wp-content/uploads/2014/02/TuningLAIII_Final-Report_SP.pdf).